

Epreuve de :  
**Science Industrielle GE/GM**

*Durée : 4 heures*

*Le : 30/06/2022*

*Aucun document n'est autorisé*

*La calculatrice est autorisée*

**Le sujet comporte :**

- Une page de garde
- L'énoncé de l'épreuve (page : 2 à 13)
- Un document annexe (page 15)
- Un document réponse à rendre (page : 14)

**Le sujet se compose d'un exercice préliminaire et de quatre parties indépendantes :**

- **Exercice** préliminaire (noté 4 point sur 20)
- **Partie I** : Etude cinématique du robot déambulateur
- **Partie II** : Etude statique de la poignée 2 du robot déambulateur
- **Partie III** : Etude de l'alimentation des vérins de positionnement des bras Schéma de principe.
- **Partie VI** : Etude du moteur de déplacement du déambulateur

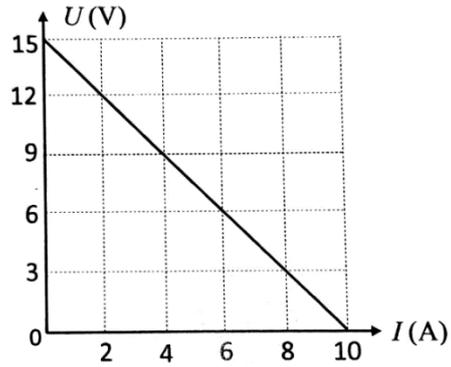
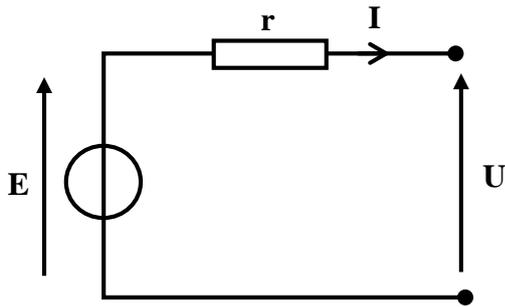
**Il est vivement conseillé de commencer l'épreuve par l'exercice préliminaire :**

*Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

*Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des explications entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies*

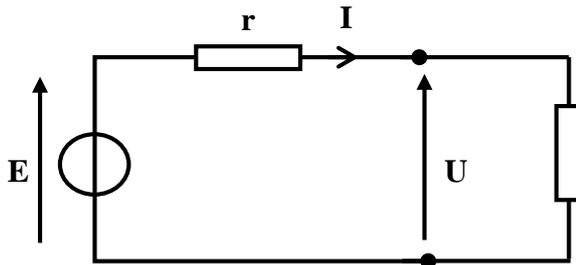
### Exercice préliminaire (Noté 4 point sur 20) :

On donne le modèle équivalent de Thévenin ( $E, r$ ) et la caractéristique  $U=f(I)$  d'une batterie :



- P1°.** Donner la valeur du courant  $I$  si la tension aux bornes de la batterie  $U=6V$ .
- P2°.** Déterminer la pente de la droite caractéristique de la batterie  $U=f(I)$ .
- P3°.** À vide l'intensité du courant  $I=0A$ , donner la valeur de la tension  $U$  à vide.
- P4°.** En déduire l'équation de la droite caractéristique de la batterie  $U=f(I)$ .
- P5°.** À partir du modèle équivalent, trouver l'expression de  $U$  en fonction de  $E$ ,  $r$  et  $I$
- P6°.** P.6) En déduire les valeurs numériques des éléments ( $E$  et  $r$ ) du modèle de la batterie

On branche une résistance  $R$  aux bornes de la batterie



On prend pour la suite :  $E=15V$ ,  $r=1.5\Omega$  et  $R=6\Omega$ .

- P7°.** Calculer les valeurs numériques de  $U$  et  $I$ .
- P8°.** En déduire la puissance consommée par  $R$ .
- P9°.** En mode autonome, la résistance est alimentée par une batterie de caractéristique Ni-MH – 15V – 4Ah
- P10°.** Calculer l'énergie totale  $E_t$  (en Watt heure) disponible dans la batterie.
- P11°.** En déduire l'autonomie de la batterie pour un fonctionnement à puissance moyenne de 24 W.

## Présentation du système

L'amélioration de la mobilité des personnes âgées ou rencontrant des troubles de la marche demeure un des enjeux majeurs de l'assistance à cette tranche de population.

Un dispositif d'assistance à la marche peut être prescrit lors de l'apparition de troubles de la locomotion. Parmi les nombreux dispositifs proposés, la canne et le déambulateur demeurent les plus utilisés ; l'utilisation de la canne étant privilégiée lors de troubles mineurs ou n'affectant qu'une des deux jambes.

Les déambulateurs sont proposés lorsque l'assistance d'une canne demeure insuffisante, il est composé généralement d'une structure métallique offrant 4 appuis au sol supplémentaires.

Selon le modèle, le déambulateur peut offrir 2 ou 4 poignées (**Figure 1 (a) et (b)**). D'autres modèles appelés "Rollator" incorporent des roues à l'avant afin de faciliter le déplacement de celui-ci en épargnant à l'utilisateur de le porter complètement (**Figure 1 (c) et (d)**).

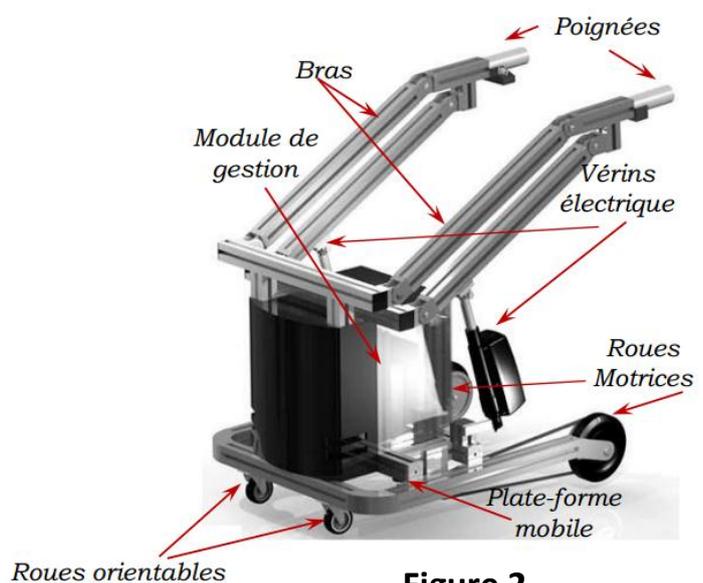


**Figure 1**

Les déambulateurs robotisés (ou actifs) développés (**Figure 2**), s'inspirent des rollators à 4 roues afin d'offrir un contrôle amélioré et une plus grande mobilité.

Cette mobilité est parfois augmentée par l'utilisation de roues omnidirectionnelles.

Les déambulateurs actifs sont souvent équipés de plusieurs capteurs afin d'assurer différents services. Ainsi la détection de l'intention de l'utilisateur est assurée par l'utilisation de capteurs d'effort incorporés à leurs poignées.



**Figure 2**

On donne ci-dessous le diagramme de définition du block du déambulateur

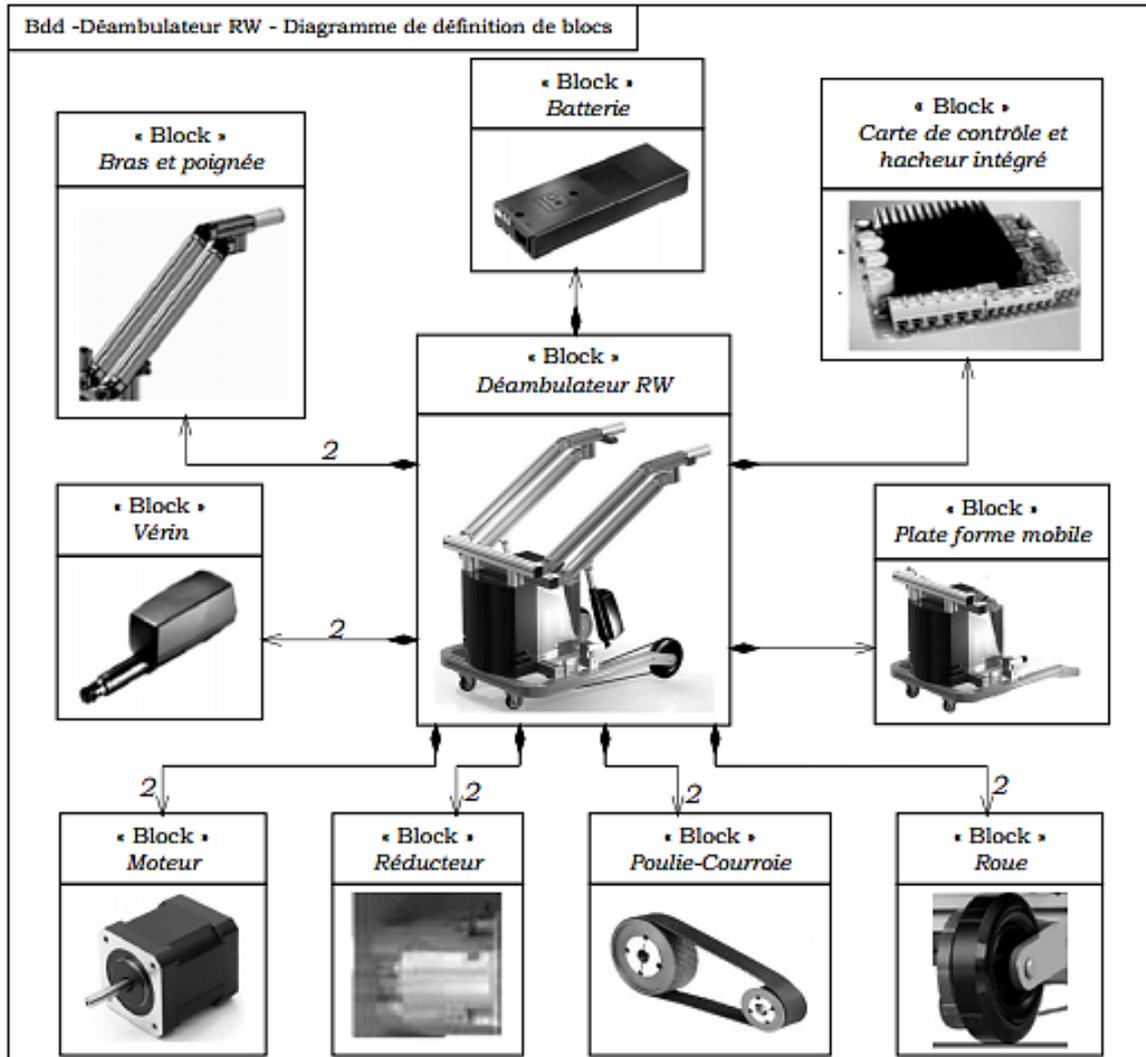


Figure 3 : Diagramme de définition de blocs partiel

Afin de prendre en compte la volonté de l'utilisateur, le recours à des algorithmes de détection d'intention peuvent être mis en place, filtrant les informations parfois contradictoires (dus à la pathologie) fournies par le patient.

Différents niveaux d'assistance peuvent être proposés à l'utilisateur, voir Figures 4 et 5 :

- Assistance à la verticalisation,
- Assistance à la marche.

La fonction d'assistance à la verticalisation est assurée par deux bras (gauche et droit). Ils sont articulés par rapport au châssis et motorisés par deux vérins électriques. Deux poignées (gauche et droite) articulées par rapport à chacun des deux bras assurent la prise en main du système.



Figure 4 : assistance à la verticalisation

La fonction d'assistance à la marche est assurée par une plate-forme mobile équipée de deux roues motrices, qui assurent la propulsion du robot, et par deux roues orientables, qui garantissent la stabilité de l'ensemble.

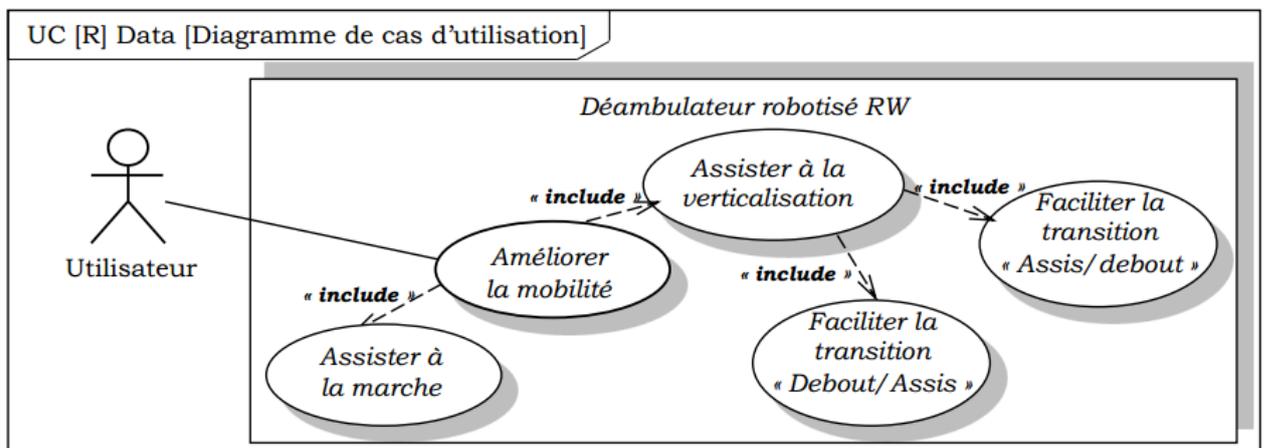


Figure 5: Diagramme de cas d'utilisation

## Partie I : Etude cinématique du robot déambulateur

Un robot RW, Figure 1, se déplace en mouvement de translation rectiligne uniforme sur un sol horizontal. Un repère  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen, est associé au sol.

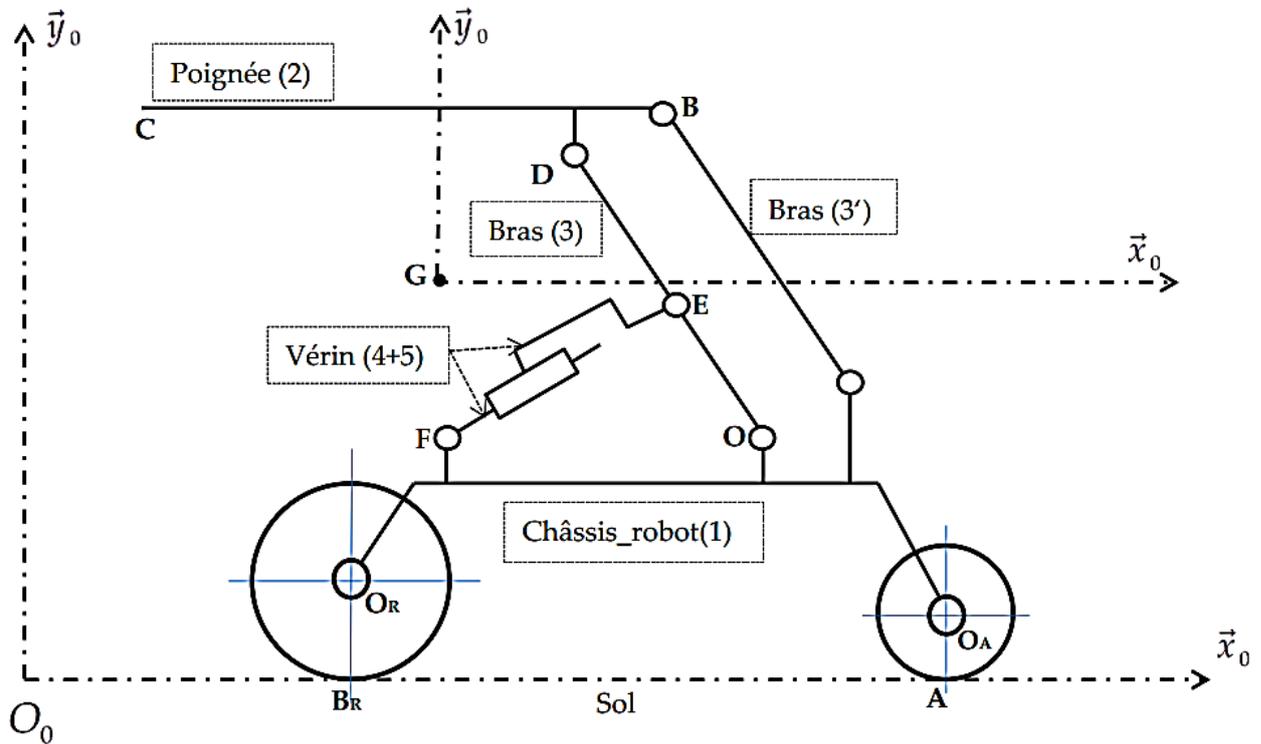
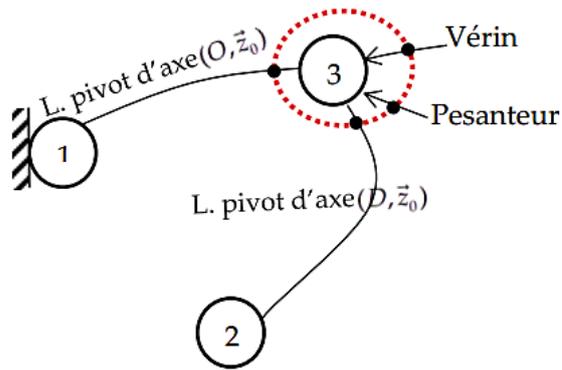


Figure 6

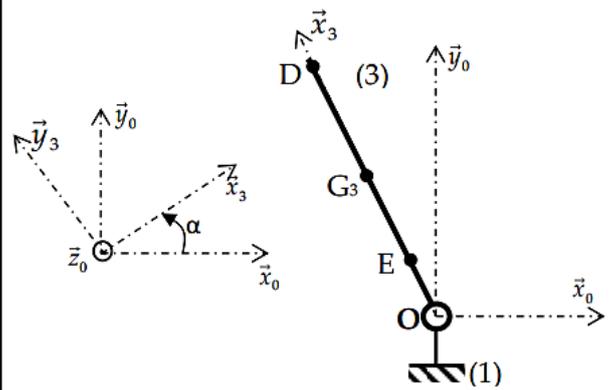
### Données et hypothèses :

- $R_1(G, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  un repère attaché au robot.
- Le bras inférieur (3) est animé d'un mouvement de rotation par rapport au châssis (1), on donne sur la Figure 6, le graphe des actions mécaniques partiel et le paramétrage.
- Le repère  $R_3(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  est lié au solide (3) tel que :  
 $(\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3) = \alpha(t)$ ,  $\overline{OD} = c\vec{x}_3$  et  $\overline{OE} = a\vec{x}_3$ , ( $c = 0.55m$  et  $a = 0.115m$ ).
- Le bras (3) est assimilé à une tige de masse  $m_3$ , de longueur  $c$ , de centre d'inertie  $G_3$  avec  
 $\overline{OG}_3 = \frac{c}{2} \vec{x}_3$
- L'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$
- L'action du vérin sur le bras (3) est un glisseur au point E, tel que :  $\vec{R}_E(\text{Vérin} \rightarrow 3) = F_v \vec{y}_3$ .
- L'action de la poignée (2) sur le bras (3) sera négligée.
- La liaison pivot entre (1) et (3) est parfaite.
- Le problème est supposé plan

Grphe partiel d'actions mcaniques :



Schma cinmatique :



**Figure 7**

Q1°. Pourquoi on qualifie le repère  $R_1$  de galiléen.

Q2°. Dterminer la vitesse de rotation de bras (3) dans son mouvement par rapport à (1) :  $\vec{\Omega}(3 / 1)$

Q3°. Quelle est la vitesse du point O appartenant au bras(3) dans son mouvement par rapport à (1) :  $\vec{V}(O \in 3 / 1)$

Q4°. Dterminer la vitesse du point E appartenant au bras(3) dans son mouvement par rapport à (1) :  $\vec{V}(E \in 3 / 1)$  par la relation de champ de moments et puis par dervation vectorielle.

Q5°. Dduire le torseur cinmatique  $V(3 / 1)$ , quelle est la nature de ce torseur.

Q6°. Calculer la norme de  $\|\vec{\Omega}(3 / 1)\|$ , si  $\|\vec{V}(E \in 3 / 1)\| = 18 \text{ mms}^{-1}$  ( $\cong$  la vitesse de sortie de la tige du vrin).

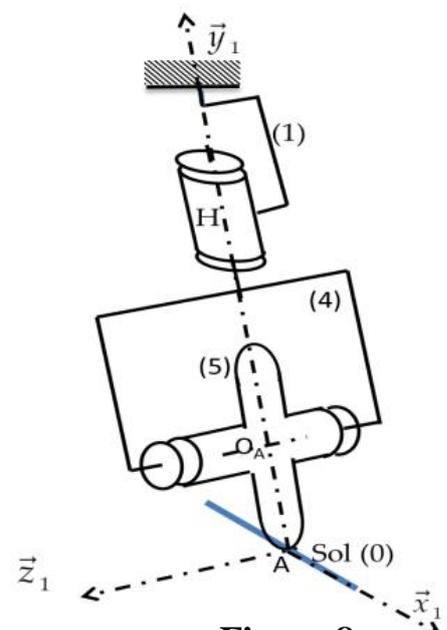
Q7°. Dterminer la vitesse du point  $G_3$  appartenant au bras(3) dans son mouvement par rapport à (1) :  $\vec{V}(G_3 \in 3 / 1)$

La roue avant orientable (5) du robot, Figure 8, est liee la chape (4) par une liaison Pivot d'axe  $(O_A, \vec{z}_1)$  et au sol par une liaison ponctuelle de normale  $(A, \vec{y}_1)$ , le chssis (1) est lie la chape (4) par une liaison pivot d'axe :  $(H, \vec{y}_1)$ .

On donne :  $\vec{AO}_A = r \cdot \vec{y}_1$ ,  $\vec{AH} = L \cdot \vec{y}_1$

Q8°. Tracer le graphe de liaisons.

Q9°. Dterminer la liaison quivalente entre la roue avant (5) et le chssis du robot (1).M



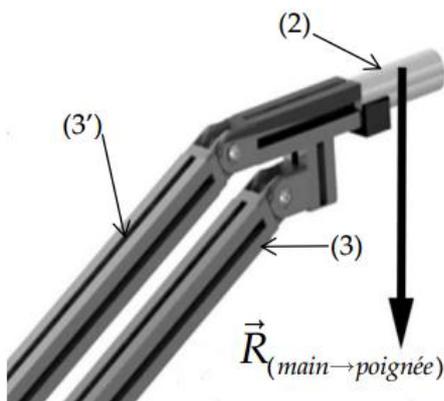
**Figure 8**

## Partie II- Etude statique de la poignée 2 du robot déambulateur

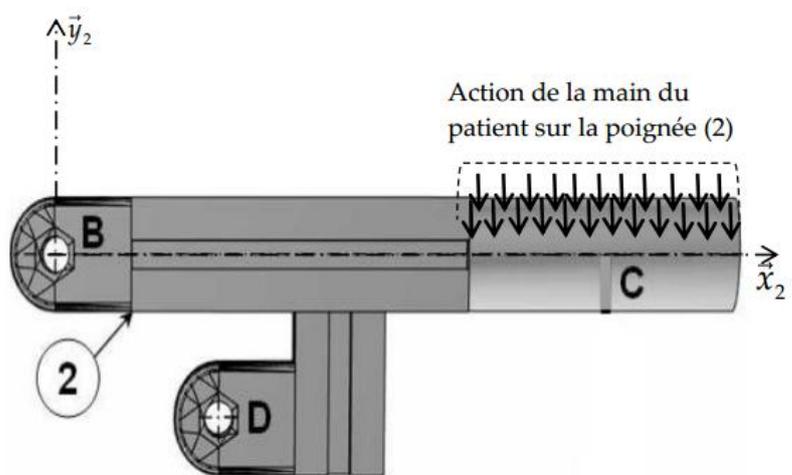
Objectif : déterminer graphiquement les actions mécaniques exercées sur la poignée (2) :

- On associe au solide (2), supposé indéformable, un repère  $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$
- Les actions mécaniques des mains du patient sur les deux poignées de gauche et de droite sont supposées identiques.
- La poignée (2) est supposée de poids négligeable.
- Le problème est supposé plan : le plan  $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2)$  est un plan de symétrie géométrique et d'efforts.
- L'action mécanique de la main du patient sur la poignée (2) est modélisée par une densité surfacique de force en tout point M de leur surface de contact:
 
$$\vec{f}_M(\text{main} \rightarrow 2) = -p(M)\vec{n} \text{ et } \overline{CM} = x\vec{x} + R\vec{n} \quad \text{Voir la figure 11}$$
- On admet que cette action est répartie uniquement sur la partie supérieure de la poignée (2) et qu'elle est uniforme :  $p(M) = p = \text{cte}$ .

**Figure 9 :** Resultante de l'action de la main sur la poignée(2).

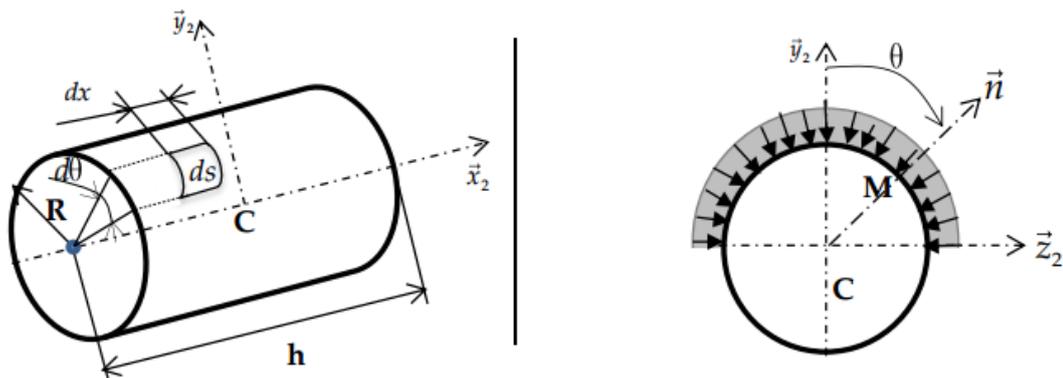


**Figure 10 :** Repartition de l'action de la main sur la poignée (2).



On adopte la modélisation de la figure : Figure 11, voir ci-après

**Figure 11 :** Modèle retenu et paramétrage



Q10°. Déterminer l'action globale de la main du patient sur la poignée (2) :  $\vec{R}(main \rightarrow 2)$ .

Q11°. Déterminer le moment global, au point C, de l'action de la main du patient sur la poignée (2).

Q12°. En déduire la nature du torseur  $\{T(main \rightarrow 2)\}_C$ .

Q13°. Calculer l'intensité de l'action de la main du patient sur la poignée (2) :

$$\|\vec{R}(main \rightarrow 2)\| \text{ si } p=0.0625 \text{ MPa, } R=20 \text{ mm et } h=100 \text{ mm.}$$

Sur le document réponse **DR1** est représentée la poignée (2) en position du début de la verticalisation et les roues sont freinées.

- Le mouvement est faible à tel point qu'on considère la poignée (2) est au repos.
- L'action du patient sur la poignée (2) est modélisée par un glisseur au point C,

$$\vec{R}_C(main \rightarrow 2) = -250\vec{y}_2 \text{ (en Newtons).}$$

- On donne sur le document réponse la direction de  $\vec{R}_D(3 \rightarrow 2)$ , action du bras inférieur (3) sur (2).
- L'action du bras supérieur (3') sur la poignée (2) est un glisseur  $\vec{R}_B(3' \rightarrow 2)$

Q14°. Par une étude de statique graphique, déterminer les actions mécaniques :  $\vec{R}_D(3 \rightarrow 2)$  et  $\vec{R}_B(3' \rightarrow 2)$

(Répondre sur le document réponse **DR1**)

### ***Partie III : Etude de l'alimentation des vérins de positionnement des bras Schéma de principe.***

Pour assurer le positionnement des bras deux vérins électriques sont utilisés. Ces vérins sont asservis en position et en vitesse pour répondre aux exigences du cahier des charges sur la précision de position et le décalage entre les deux poignées.

Le synoptique de la motorisation de chaque bras est donné sur la figure 12 suivante :

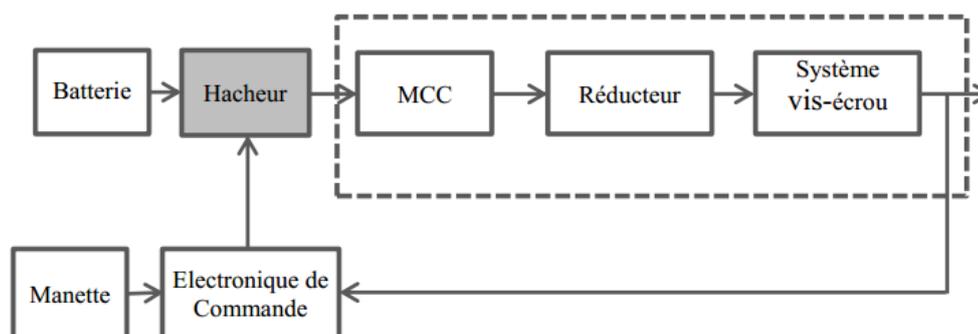


Figure 12 : synoptique de la motorisation des bras du robot

Afin de faire varier la tension aux bornes du moteur à courant continu, à partir de la tension issue de la batterie, nous utilisons un convertisseur continu – continu (schéma représenté sur la figure 13)

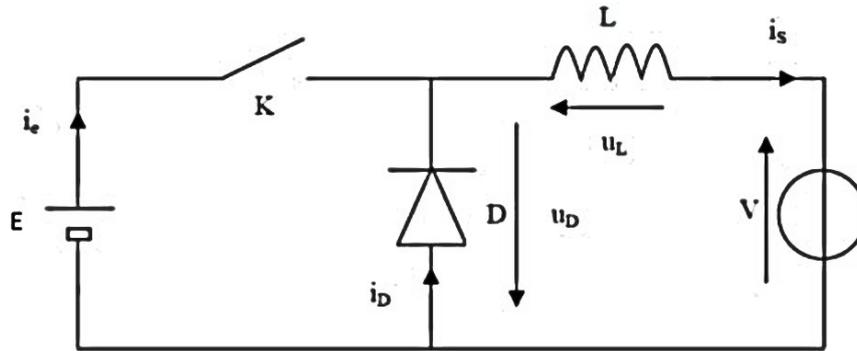


Figure 13 : Hacheur série

Dans ce convertisseur, les interrupteurs sont alternativement commandés à la fermeture et à l'ouverture de la façon suivante :  $0$  à  $\alpha T$  : K fermé et de  $\alpha T$  à  $T$  : K ouvert

**Hypothèse : la tension  $V$  est constante et  $0 < V < E$ .**

### Etude sur l'intervalle $0$ à $\alpha T$ :

Q15°. Justifier que durant cet intervalle, la diode D est bloquée. Que vaut  $u_D$  ?

Q16°. Donner la relation liant  $E$ ,  $V$ ,  $L$  et  $i_s$ .

Q17°. Résoudre cette équation différentielle en considérant que  $i_s(0) = I_{\min}$ .

Que vaut  $i_e(t)$  ?  $i_D(t)$  ?  $u_L(t)$  ?

Q18°. Tracer les chronogrammes sur le document réponse 1 de :

- $i_s(t)$ ,  $i_e(t)$ ,  $i_D(t)$
- $u_D(t)$ ,  $u_L(t)$

### Etude sur l'intervalle $\alpha T$ à $T$ :

Q19°. La diode D conduit. Que vaut la tension  $u_D(t)$  ?

Q20°. Donner la relation liant  $V$ ,  $L$  et  $i_s$ .

Q21°. Résoudre cette équation différentielle en considérant que  $i_s(\alpha T) = I_{\max}$ .

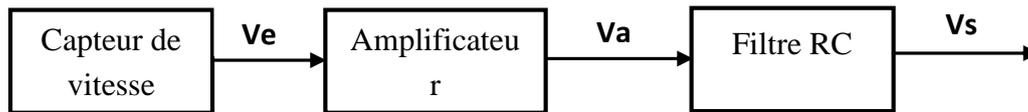
Q22°. Que vaut alors  $i_e(t)$  ?  $i_D(t)$  ?  $u_L(t)$  ?

Q23°. Tracer les chronogrammes sur le document réponse 1 de :

- $i_s(t)$ ,  $i_e(t)$ ,  $i_D(t)$
- $u_D(t)$ ,  $u_L(t)$



Ce filtre est constitué d'un amplificateur de gain G et un montage à base des éléments passifs, comme le montre le schéma bloc suivant :



### Etude de l'amplificateur U1 et U2

Q33°. Déterminer la valeur de la tension de la masse  $V_m$  et préciser l'expression et la valeur de  $V_o$ .

Q34°. Déduire l'expression et la valeur de  $V_+$  de l'AOP U2.

Q35°. Exprimer l'expression de  $V_-$  de l'AOP U2 en fonction de  $V_e$ ,  $V_a$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

Q36°. Déduire l'expression de la sortie  $V_a$  en fonction de  $V_e$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

Q37°. Calculer la valeur du gain G pour avoir  $V_a=5V$  pour une entrée  $V_e = 20 \text{ mV}$  et déduire la valeur de  $R_2$  si  $R_1=1k\Omega$ .

### Etude du filtre RC

Le filtre étudié est représenté en haut RC, d'entrée  $V_a$  et de sortie  $V_s$ , sa fréquence de coupure sera déterminée dans le plan de Bode représenté en **annexe page 15** :

Q38°. Exprimer  $V_s$  en fonction de  $R$ ,  $C$  et  $V_a$ .

Q39°. Déduire la fonction de transfert  $H(j\omega) = \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)}$  et la mettre sous la forme suivante :

$$H(j\omega) = \frac{A}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Q40°. Déduire les expressions de  $A$  et  $\omega_0$ .

Le filtre a un diagramme de Bode réel représenté figure a annexe page 15 et le gabarit donné par le cahier des charges figure b.

Q41°. De quel type de filtre s'agit-il ? Donner sa fréquence de coupure.

Q42°. Déterminer la bande passante dans sa bande atténuée. En déduire leur ordre ?

Q43°. Ce filtre respecte-t-il le gabarit ? si non, préciser pourquoi.

L'objectif suivant consiste à établir l'algorithme du traitement numérique en amont du calcul de la valeur efficace. Le filtre passe-bas de fonction de transfert  $\frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = \frac{5}{1 + \tau j\omega}$  avec  $\tau = 10 \text{ ms}$ , l'opération d'échantillonnage fonctionne avec  $F_e=10\text{kHz}$ .

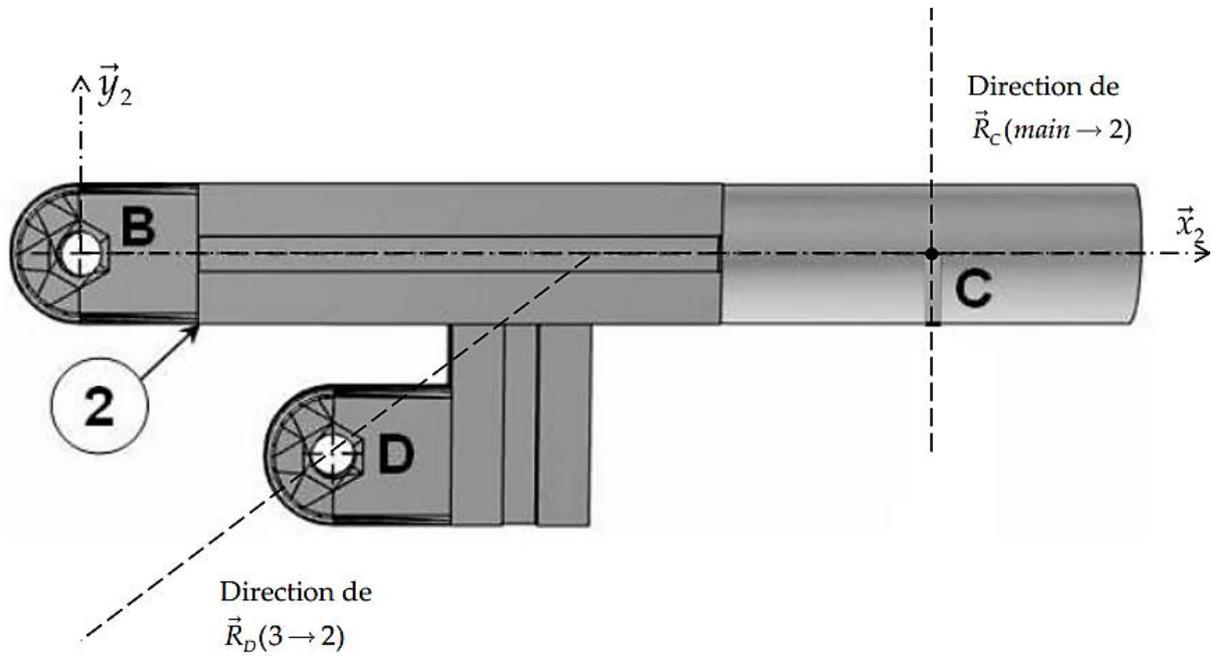
Q44°. Exprimer l'équation différentielle à partir de la fonction de transfert, et montrer qu'on peut le mettre sous la forme :  $T \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = k e(t)$  que vaut les expressions et les valeurs de T et k ?

On rappelle l'approximation de rectangle :  $y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \longrightarrow y(n) = \frac{x(n) - x(n-1)}{T_e}$

Q45°. Exprimer l'équation du filtre discrétisée sous la forme :  $s(n) = A s(n-1) + B e(n)$  en explicitant les termes A et B.

Q46°. Ecrire un algorithme pour réaliser le filtre de la question 13.

# Document réponse DR1



## Triangle des forces :

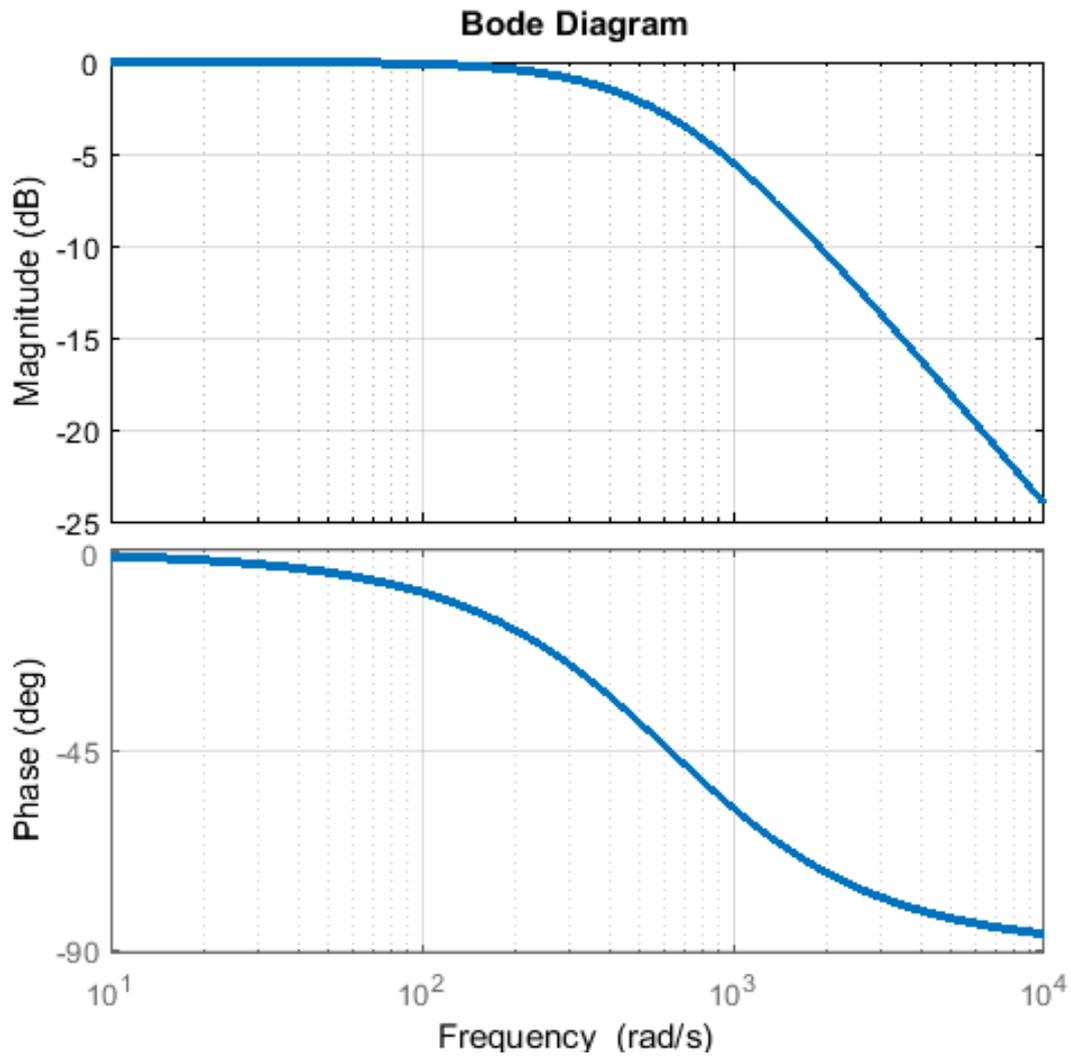
Echelle :  $\|\vec{R}_C(\text{main} \rightarrow 2)\| \rightarrow 4\text{cm}$

Direction de  
 $\vec{R}_C(\text{main} \rightarrow 2)$

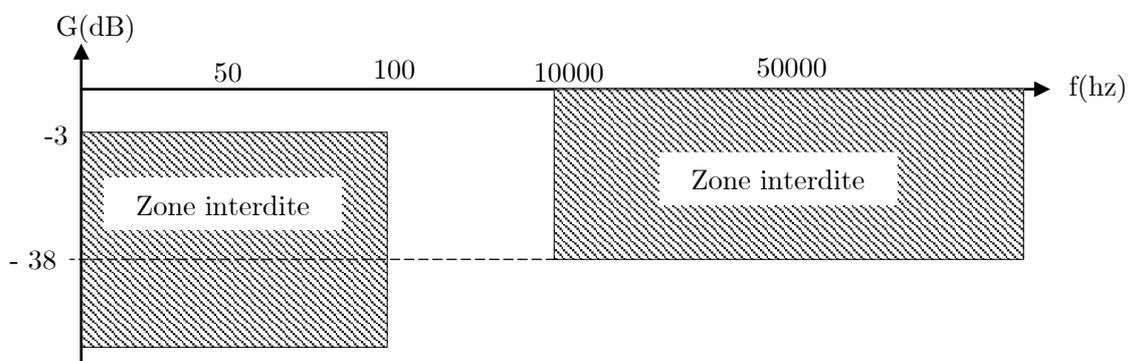
$$\|\vec{R}_D(3 \rightarrow 2)\| = \dots\dots\dots N$$

$$\|\vec{R}_B(3 \rightarrow 2)\| = \dots\dots\dots N$$

# Annexe 1



**Figure a**



**Figure b**